5.(2) Ya que U tiene columnas ortonormales al igual que V, y Σ tiene bien ordenados los valores singulares (de mayor a menor), $A = U\Sigma V^T$ es una DVS de A.

Entonces tenemos que:

$$A = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}}_{U} \underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\Sigma} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{6}}{6} & -\frac{\sqrt{6}}{3} & \frac{\sqrt{6}}{6} \end{bmatrix}}_{V^T}$$

Como hay dos valores singulares no nulos $\rightarrow rg(A) = 2$ y una DVS reducida es:

$$A = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \end{bmatrix}}_{U_r} \underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix}}_{\Sigma_r} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}}_{V_r^T}$$

Busco la pseudoinversa de Moore-Penrose:

$$\boxed{A^+ = V_r \Sigma_r^{-1} U_r^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{2\sqrt{6}} & \sqrt{2} & \frac{1}{2\sqrt{6}} \\ \frac{1}{2\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{2\sqrt{6}} \\ \frac{1}{2\sqrt{6}} & -\sqrt{2} & \frac{1}{2\sqrt{6}} \end{bmatrix}}$$

$$Proy_{Fil(A)} = V_r \cdot V_r^T = \begin{bmatrix} \frac{5}{6} & \frac{1}{3} & \frac{-1}{6} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{-1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{5}{6} \end{bmatrix}$$

$$Proy_{Col(A)} = U_r \cdot U_r^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$